01-05. Задачи с практическим содержанием

ПРИМЕРЫ

«Зонт»

Два друга Максим и Влад задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта.

На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из десяти отдельных клиньев, натянутых на каркас из десяти спиц (рис. 1).

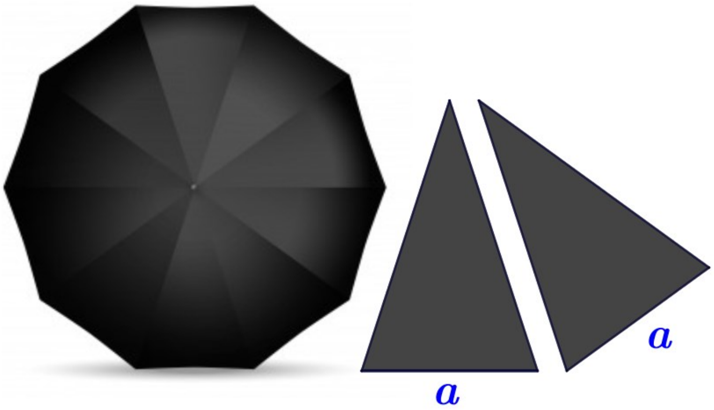


Рис. 1

Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счёт гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

Максим и Влад сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a. Оно оказалось равно 32 см. Высота купола зонта h (рис. 2) оказалась равна 25 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, – ровно 110 см.

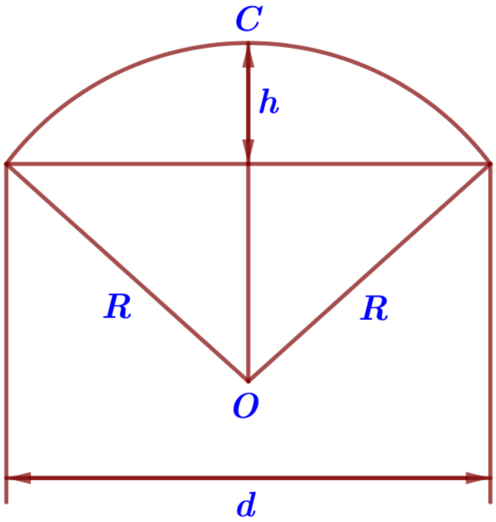
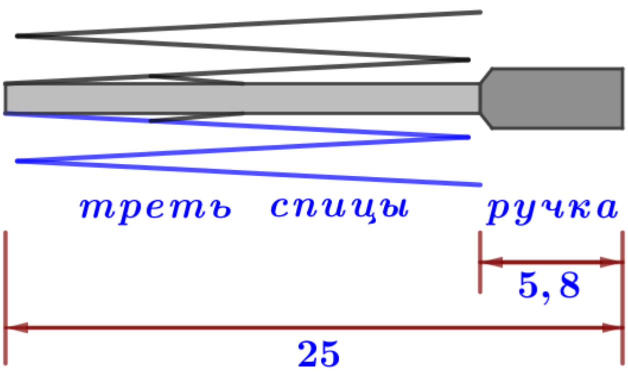


Рис. 2

1. Длина зонта в сложенном виде равна 25 см и складывается из длины ручки (рис. 3) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 5,8 см.

Рис. 3



1) найдем треть длины спицы:

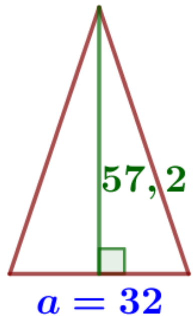
$$25-5{,}8=25{,}0-5{,}8=19{,}2\ (\text{см})$$

2) найдем длину всей спицы:

$$19{,}2\cdot 3=57{,}6\ (\text{см})$$

Ответ: **57,6**

2. Поскольку зонт сшит из треугольников, рассуждал Максим, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности зонта методом Максима, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 57,2 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до десятков.



Всего треугольников (клиньев) – 10

Площадь одного треугольника:

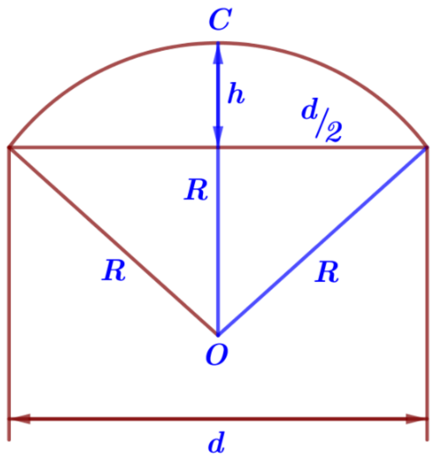
$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 57{,}2 = 915{,}2\ (см^2)$

Площадь всего зонта (10 треугольников):

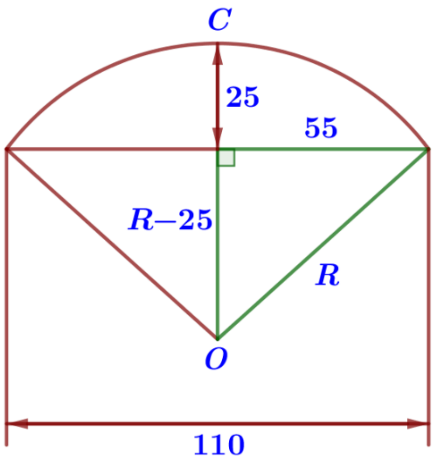
$S_{10} = 915{,}2 \cdot 10 = 9152 \approx 9150\ (см^2)$

Ответ: **9150**

3. Влад предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$ (рис. 2). Ответ дайте в сантиметрах.



$OC = R$



$110 : 2 = 55$

Найдем радиус по теореме Пифагора:

$R^2 = (R-25)^2 + 55^2$

$R^2 = R^2 - 50R + 625 + 3025$

$R^2 - R^2 + 50R = 3650$

$50R = 3650$

$R = 3650 : 50$

$R = 73$ (см)

Ответ: **73**

4. Влад нашёл площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, а h – высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Влада. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

$S = 2\pi Rh$

$\pi = 3{,}14 \quad R = 73$ см $\quad h = 25$ см

$S = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 73 \cdot 25 = 11461\ (см^2)$

Ответ: **11461**

Важно! Если в ответе получится не целое число, его необходимо будет округлить до целого.

Пример: $S = 9746{,}56 \approx 9747\ (см^2)$

5. Рулон ткани имеет длину 20 м и ширину 140 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 26 зонтов, таких же, как зонт, который был у Максима и Влада. Каждый треугольник с учётом припуска на швы имеет площадь 980 кв. см. Оставшаяся ткань пошла в обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки?

Общая площадь рулона ткани: $S_{рулона} = 2000 \cdot 140 = 280\,000$ (см^2)

Площадь ткани для одного зонта (10 треугольников): $S_1 = 980 \cdot 10 = 9800$ (см^2)

Площадь ткани для 26 зонтов: $S_{26} = 9800 \cdot 26 = 254\,800$ (см^2)

Площадь ткани, ушедшей в обрезки: $S_{обр} = 280\,000 - 254\,800 = 25\,200$ (см^2)

$$\begin{array}{rl} \text{Ткань:} & 280\,000 \text{ см}^2 \; - \; 100\% \\ \text{Обрезки:} & 25\,200 \text{ см}^2 \; - \; x\% \end{array}$$

$$\frac{280\,000}{25\,200} = \frac{100}{x} \qquad x = \frac{25\,200 \cdot 100}{280\,000} = \frac{252}{28} = 9\ (\%)$$

Ответ: **9**